

早稲渚中間プレテスト 高校3年生 文系

1

(1) $\frac{x+1}{2x+1}$	(2) $\frac{\sqrt{4}-\sqrt{2}}{2}$
(3) -2	(4) -1
(5) $7x^2-9x$	(6) ① $x \geq -1$
(6) ② -2 ($x=1$ のとき)	(7) 2 ($x=6, y=3$ のとき)

各 8 点

2

a, b, c のうち少なくとも1つは1
に等しいとは、

$$a=1 \quad \text{または} \quad b=1$$

$$\text{または} \quad c=1$$

ということである。

よって、等式

$$(a-1)(b-1)(c-1)=0 \text{ が成り立}$$

てばよい。

$$abc=1, a+b+c=ab+bc+ca$$

のとき

$$\begin{aligned} & (a-1)(b-1)(c-1) \\ &= (ab-a-b+1)(c-1) \\ &= abc-(ab+bc+ca)+(a+b+c)-1 \\ &= 1-(a+b+c)+(a+b+c)-1=0 \end{aligned}$$

したがって、 a, b, c のうち少なく

とも1つは1である

氏名

得点

3

$k=0$ のとき、与えられた不等式は $x+1>0$

これはすべての実数 x について成り立つとはいえない。

よって $k \neq 0$

次に、 $f(x)=kx^2+(k+1)x+(k+1)$ とおく。

すべての実数 x について $f(x)>0$ が成り立つとき、2次関数 $y=f(x)$ のグラフは下に凸であり、 x 軸と共有点をもたない。

よって、 $f(x)=0$ の判別式を D とすると $k>0$...①

かつ ① - ② より ...②

$$\text{②より} \quad D=(k+1)^2-4k(k+1)$$

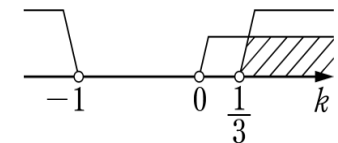
$$=-3k^2-2k+1$$

$$=-(k+1)(3k-1)<0$$

$$\text{よって} \quad (k+1)(3k-1)>0$$

$$\text{ゆえに} \quad k<-1, \frac{1}{3}<k \quad \dots \text{③}$$

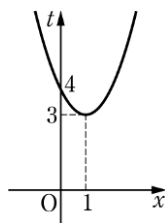
$$\text{①, ③より} \quad k>\frac{1}{3}$$



4

$t = x^2 - 2x + 4$ とおくと

$t = (x-1)^2 + 3$ と変形できるから $t \geq 3$



また

$$f(x) = -t^2 + 2a(t-1) - a - 10$$

$$= -t^2 + 2at - 3a - 10$$

$$= -(t-a)^2 + a^2 - 3a - 10$$

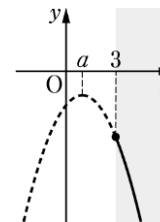
よって、軸 $t = a$ と区間 $t \geq 3$ の位置関係から

$$(ア) \ a < 3 \quad (イ) \ 3 \leq a$$

の2つの場合に分けて考える。

(ア) $a < 3$ のとき

軸は区間より左にあり、グラフは右の図。



よって、 $t = 3$ のとき最大値 $3a - 19$ をとる。

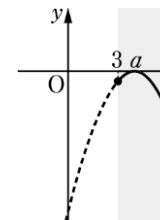
最大値が0となるとき

$$3a - 19 = 0 \text{ より } a = \frac{19}{3}$$

これは、 $a < 3$ を満たさないから不適。

(イ) $3 \leq a$ のとき

軸は区間内にあり、グラフは右の図。



よって、 $t = a$ のとき最大値 $a^2 - 3a - 10$ をとる。

最大値が0となるとき

$$a^2 - 3a - 10 = 0$$

$$(a+2)(a-5) = 0 \text{ となり } a = -2, 5$$

$$3 \leq a \text{ であるから } a = 5$$

(ア), (イ) より $a = 5$