

軌跡と領域 ⑨ P94 ~ 103

軌跡の方程式

与えられた条件を満たす点全体の集合を、その条件を満たす点の軌跡という。

一般に、与えられた条件を満たす点の軌跡が図形 F であることを証明するには、つぎの 1, 2 を示せばよい。

1 与えられた条件を満たす点は、図形 F 上にある。

2 逆に、図形 F 上のすべての点は、与えられた条件を満たす。

2 が明らかである場合はその証明を省略することが多い。

不等式の表す領域

一般に、 x, y についての不等式があるとき、それを満たす点 (x, y) 全体の集合を、その不等式の表す領域という。

直線 $y = mx + n$ を l とすると

不等式 $y > mx + n$ の表す領域は 直線 l の上側

不等式 $y < mx + n$ の表す領域は 直線 l の下側

$y > mx + n$ や $y < mx + n$ の表す領域の境界線は、直線 $y = mx + n$ であるが、領域にはこの境界線が含まれない。

一方、 $y \geq mx + n$ や $y \leq mx + n$ の表す領域では境界線を含む。

不等式と円の内部・外部

円 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ を C とすると

不等式 $(x-a)^2 + (y-b)^2 < r^2$ の表す領域は 円 C の内部

不等式 $(x-a)^2 + (y-b)^2 > r^2$ の表す領域は 円 C の外部

【1】

- (1) 2点 $A(2, -1)$, $B(-3, 0)$ について, 線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- (2) 2直線 $x+y-2=0$, $7x-y-2=0$ のなす角を2等分する直線の方程式を求めよ。

【2】 2定点 $A(3, -2)$, $B(-5, 6)$ に対して, $AP:BP=1:3$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。

【3】 次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $2x + 3y \leq 6$

(2) $2x - 6 > 0$

(3) $x^2 + y^2 - 4x \leq 0$

(4) $x^2 + y^2 + 2x + 10y > -10$

【4】 次の連立不等式で表される領域を図示せよ。

$$(1) \quad \begin{cases} y > x^2 - 2x + 1 \\ x^2 - 2x + y^2 - 1 < 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad x - 1 \leq y \leq -x^2 + 1$$

【5】 次の不等式で表される領域を図示せよ。

(1) $(y-x^2)(y-2x) < 0$

(2) $2|x| + |y| \leq 2$

【6】連立不等式 $x - y + 2 \geq 0$, $2x + y - 8 \leq 0$, $x + 2y - 4 \geq 0$ を満たす x, y に対して、 $2y - x$ の最大値、最小値、およびそのときの x, y の値を求めよ。

【7】 実数 x, y が2つの不等式 $y \geq x^2, x + y - 2 \leq 0$ を同時に満たすとき、 $2x + y$ の最大値と最小値、およびそのときの x, y の値を求めよ。